Concursul regional “Discipolii lui Pitagora

Editia a XV-a, 11 mai 2019, Tg-Jiu

BAREME CLASA a IV-a

1. 48:x=15+1…….2p

   x=48:16…….2p

   x=3…….1p

   y=x+1……2p

   y=4…….1p

   $x \cdot y = 12$…….1p

   Oficiu…….1p

2. a = bile albe, g = bilegalbene, v = bile verzi, r = bile roșii

a + g = 18 ……0,25 p

v + r = 26 ……0,25p

a + g + r = 30 ……0,25 p

g = a + 2 ……0,25 p

a + g + r = 30,a + g = 18, r = 12……2 p

v + r = 26, v = 14 ……..2 p

a + g = 18, g = a + 2, a = 8 …….. 3 p

g = a + 2/a + g = 18, g = 10 ……1 p

Oficiu ……...1p

3. a)Câte probleme rezolvă în 14 zile?

   14 5= 70 (probleme).....2p

   b)În câte zile ar rezolva problemele, dacă ar rezolva cu 7 mai multe zilnic?

   70: 7= 10 (zile).....2p

   c) În câte zile a rezolvat problemele?

10+ 14= 24 (zile).....2,5p

d) Câte probleme are de rezolvat?

24 x 5= 120 (probleme).....2,5p

Sau 10 x (7+5)=120 (probleme)

OFICIU.....1p

4. Indiferent de modul de rezolvare a problemei, de paşii urmaţi de elev, se punctează astfel:

a) Calcularea corectă a numărului total de pagini: 1,5 puncte. Punctajul se poate împărţi sau cumula pe paşi, după cum i-a gândit elevul, chiar dacă diferit de modul prezentat mai jos la pasul 1:

Pasul 1

De la 1 la 9 se foloseşte **o** cifră de 1…….1p

De la 10 la 19 se folosesc **11** cifre de 1…….1p

De la 20 la 100 se folosesc **9** cifre de 1…….1p

De la 101 la 119 se folosesc 1+11+19= **31** cifre de 1……1p

De la 120 la 129 se folosesc **11** cifre de 1……..1p

De la 130 la 139 se folosesc **11** cifre de 1……..1p

81- (1+11+9+31+11+11)= 81-74 = 7 (cifre de 1 care au fost folosite pentru numere din intervalul 140 – 149)……..1p

De la 140 la 146 s-au folosit **7** cifre de 1.

Verificare: 1+11+9+31+11+11+7= 81 (cifre de 1 folosite pentru numerotarea paginilor cărţii)

Cel mai mare număr pentru care s-a folosit cifra 1 este 146. Cartea are 146 de pagini……1,5p

b) Calcularea corectă a numărului de file: (0,5 puncte)

146 : 2 = 73 (file) ……...0,5p

Concursul regional “Discipolii lui Pitagora

Editia a XV-a, 11 mai 2019, Tg-Jiu

BAREME CLASA a V-a

1. $2\cdot 10a = a(3a+5)$ ……..3p

   20=3a+5…….3p

   a=5……3p

   0ficiu……..1p

2. a=7b+14,b>14……2p

   a-b nu este mai mare ca 109, deci a-b<110…….2p

   7b+14-b<110, deci b<16, dar b>14…….2p

   14<b<16, deci b=15……..1p

   a=119……2p

   Oficiu…..1p

3. Numărul nu poate conține cifrele 8 sau 9 deoarece, în caz contrar, produsul cifrelor sale ar fi divizibil cu 8 sau 9, fals…….2p

   Cum produsul cifrelor este egal cu $12\cdot 5\cdot 7$, rezultă că numerele prime 5 și 7 divid produsul celor opt cifre, și, cum cifrele sunt nenule, două dintre acestea vor fi 5 și 7 ……2p

   Așadar, prima cifră a numărului căutat trebuie să fie egală cu 7 …..2p

   Cum produsul celor șase cifre rămase este egal cu 12, cea mai mare cifră dintre acestea poate fi egală cu 6, iar produsul celor cinci rămase va fi egal cu 2, deci una din cifre va fi 2 iar celelalte patru vor fi egale cu 1……2p

   Numărul căutat va fi 76521111…..1p

   Oficiu…..1p

4. a) $3\cdot 5^{40}\cdot 2^{36}$ 1p

$3\cdot 5^{4}\cdot 10^{36}$ 2p

$18750\underbrace{...0}_{36 cifre}$ -2 .....2p

$18759\underbrace{...98}_{35 cifre}$ 2p

b) 4+35+1=40 cifre

oficiu 1p

Concursul regional "Discipolii lui Pitagora

Editia a XV-a, 11 mai 2019, Tg-Jiu

BAREME CLASA a VI-a

1. Fie $\overline{abc}$ un astfel de număr. Dacă una din cifre ar fi nulă, atunci suma acestora ar fi nulă, fals, deci $a,b,c \geq 1$…..1p

   Presupunem că $a,b,c \geq 2.$ Vom arăta că $abc > a+b+c \Leftrightarrow a(bc-1) > b+c.$ Dar $a(bc-1) \geq 2(bc-1),$ deci este suficient să arătăm că $2(bc-1) > b+c \Leftrightarrow b(2c-1) > c+2.$ Dar $b(2c-1) \geq 2(2c-1) = 4c-2 > c+2.$ Aşadar cel puţin una dintre cifre este egală cu 1……4p

   Să presupunem, de exemplu, că $a=1.$ Atunci $bc = 1+b+c \Rightarrow c = \frac{b+1}{b-1} \Rightarrow b-1 / b+1 \Rightarrow b-1 / 2,$ deci $b=2, c=3$ sau $b=3, c=2$ ….3p

   În mod similar, vom obţine în final şase numere: $123, 132, 213, 231, 312, 321$…..1p

   Oficiu…..1p

2. 4-2x-(-3x+2)+(-x+1)-(-3x+3)-3x……4p

   4-2x+3x-2-x+1+3x-3-3x……..4p

   4-2+1-3=0……..1p

   Oficiu……1p

3. OA=OB=R……2p

   [OM bis. unghiului A0B, deci $\square AOM \equiv \square BOMA$……2p

   $\square AOM \equiv \square BOM$ ……..4p

   Finalizare……..1p

   Oficiu……..1p

4. $\frac{DC+BD}{BD}=\frac{EB+CE}{CE}$ ……2p

$\frac{BC}{BD}=\frac{BC}{CE}$ ……..2p

BD=CE……1p

Triunghiul ABC isoscel, deci $\angle B \equiv \angle C$ ……2p

$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ ……2p

Oficiu……1p

Concursul regional “Discipolii lui Pitagora

Editia a XV-a, 11 mai 2019, Tg-Jiu

BAREME CLASA a VII-a

1. $\frac{n^2+4n+4-4n-2}{n+2}$ ……2p

$\frac{(n+2)^2}{n+2}-\frac{4n+2}{n+2}$ ……2p

$\frac{4n+2}{n+2}\in\square \Rightarrow n+2/6$ ……2p

$n+2\in\{\pm1,\pm2,\pm3,\pm6\}$ ……2p

CardA=3……1p

Oficiu……1p

2. $\frac{\sqrt{11-6\sqrt{2}}}{\sqrt{11+6\sqrt{2}}}=\left(3-\sqrt{2}\right)^2\cdot|x|$ ……1p

$\frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}=\left(3-\sqrt{2}\right)^2\cdot|x|$ ……2p

$\frac{1}{3+\sqrt{2}}=\left(3-\sqrt{2}\right)\cdot|x|$……1p

$\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)|x|=1$……2p

$|x|=\frac{1}{7}$ ……2p

$x=\frac{1}{7};x=-\frac{1}{7}$ ……1p

Oficiu……1p

3. a)Fie $AC \cap BD = \{M\}$ și fie O mijlocul lui $[BD]$. Atunci $AO = CO = \frac{BD}{2}$ …..1p

Dacă $M = O$ atunci $AM = MC$ și cum $BM \perp AC$ rezultă că $AB = BC$.….1p

Dacă $M \neq O$ atunci $\square AMO \equiv \square CMO(I.C.) \Rightarrow AM = MC \Rightarrow AB = BC$ ….2p

b)Fie O mijlocul lui $[BD]$. Atunci $AO = CO = \frac{BD}{2}$. Dar $AC = BD = AO + OC$, deci punctele A, O, C sunt coliniare….3p

Așadar segmentele $[AC], [BD]$ au același mijloc, deci $ABCD$ este paralelogram, deci dreptunghi, de unde concluzia….2p

Oficiu……1p

4. $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = 6\sqrt{3}$ **……..**2p

$AD = \frac{BC}{2} = 3\sqrt{3}; GD = \frac{1}{3} \cdot AD = \sqrt{3}$ ……2p

$BE^2 = AB^2 + AE^2 \Rightarrow BE = 3\sqrt{6}; BG = \frac{2}{3} \cdot BE = 2\sqrt{6}$ …….2p

$BG^2 + GD^2 = 27; BD^2 = 27 \Rightarrow \square BCDdr.$……2p

$BE \perp AD$ ……1p

Oficiu……..1p

Concursul regional “Discipolii lui Pitagora

Editia a XV-a, 11 mai 2019, Tg-Jiu

BAREME CLASA a VIII-a

1. $a=\sqrt{5+\sqrt{3}+\left|4-\sqrt{3}\right|}=\sqrt{9}=3$ ……3p

   $b=\sqrt{\sqrt{5}-1-\left|2-\sqrt{5}\right|}=\sqrt{1}=1$……..4p

   $m_a=\frac{a+b}{2}=2$ ……..2p

   Oficiu……..1p

2. f(x+1)-2=x…….1p

   f(x)=ax+b, deci f(x+1)=a(x+1)+b…… ……..1p

   ax+a+b-2=x……1p

   a=1 si b=1……..1p

   f(x)=x+1 ……..1p

   $\frac{1+2+3+...+2019}{0-1-2-...-2018}=-\frac{1010}{1009}$ …….2p

   $-\frac{1010}{1009}<-\frac{1009}{1009}=-1$……..2p

   Oficiu……..1p

3.

a) $CA \perp (ABD) \Rightarrow CA \perp BD$ 2p

De aici $BD \perp (ATC) \Rightarrow BD \perp TC$ 2p

b) $\triangle CTD \sim \triangle ATB \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{DT}{TB}$ 2p

$AD^2 = DT \cdot BD, AB^2 = BT \cdot BD \Rightarrow \frac{DT}{BT} = \frac{AD^2}{AB^2}$ 2p

Atunci $\frac{CD}{AB} = \frac{AD^2}{AB^2} \Rightarrow AD^2 = CD \cdot AB$ 1p

Oficiu……1p

4.

$OQ \perp (VBC)$ …….2P

$VO^2 = OQ^2 + VQ^2 \Rightarrow VQ = 4a$ ……1P

$OV^2 = VQ \cdot VM; VM \perp BC \Rightarrow VM = \frac{25a}{4}$ ……1p

MQ=VM-VQ=$\frac{9a}{4}$ ……..1p

$OM^2 = MQ \cdot VM \Rightarrow OM = \frac{15a}{4}$ ……..1p

$OM = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = \frac{15a}{2}$ ……..1P

$A_l = \frac{375a^2}{4}$ ……..1p

$V = \frac{375a^3}{4}$ ……1p

Oficiu……..1p